

Merke: Volumen in Kubikeinheiten, Oberfläche in Quadrateinheiten; $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$ und $1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$.

Prisma: $V = G \cdot h$

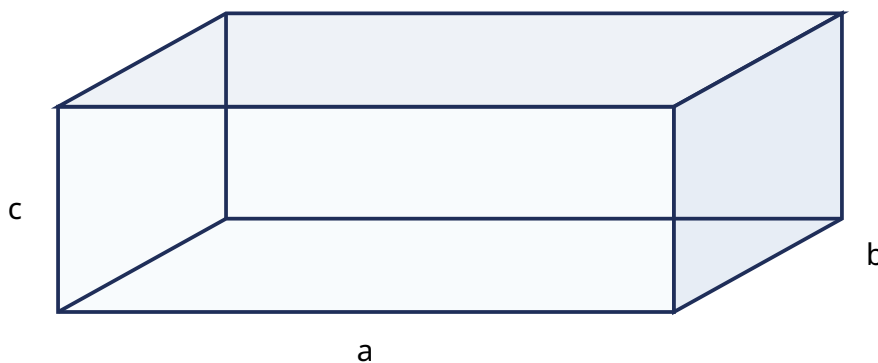
Pyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Zylinder: $V = \pi r^2 h$

Zerlege zusammengesetzte Körper in bekannte Grundkörper. Addiere ihre Volumina; bei Aushöhlungen ziehst du das innere Volumen ab. Für die Oberfläche werden nur tatsächlich sichtbare Flächen gezählt – Kontaktflächen im Inneren gehören nicht dazu.

1. Grundlagen und Darstellungen

1.1 Quader lesen und skizzieren



Der abgebildete Quader hat $a = 8\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$ und $c = 3\text{ cm}$.

- Zeichne ein mögliches Netz und beschrifte die Kantenlängen.
- Berechne Volumen, Oberfläche und Raumdiagonale.
- Welche Maße können in den Formeln vertauscht werden, ohne dass sich die Ergebnisse ändern? Begründe kurz.



1.2 Einheiten und Größenordnung

Führe die Umrechnungen durch.

- a) Rechne $0,045 \text{ m}^3$ in Liter um.
- b) Rechne 7.500 cm^3 in dm^3 um.
- c) Rechne $2,8 \text{ dm}^2$ in cm^2 um.

Ein Karton mit den Innenmaßen $40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ soll angeblich 300 l fassen. Prüfe diese Aussage rechnerisch.

1.3 Formeln rückwärts

Ein Quader hat $V = 2,16 \text{ m}^3$, Länge 1,8 m und Breite 0,8 m. Bestimme Höhe und Oberfläche. Danach wird jede Kante verdoppelt: Um welchen Faktor ändern sich V und O?

2. Prismen und Zylinder

2.1 Dreiecksprisma

Die Grundfläche ist ein rechtwinkliges Dreieck mit Katheten 6 cm und 8 cm; die Prismenlänge beträgt 15 cm. Berechne Volumen, Mantelfläche und Oberfläche.

2.2 Zylinder mit fehlendem Maß

Ein Zylinder fasst 1,5 l und hat einen Innendurchmesser von 10 cm. Berechne die nötige Innenhöhe. Danach wird der Radius um 20 % vergrößert, die Höhe bleibt gleich. Um wie viel Prozent wächst das Volumen?



2.3 Verpackungsvergleich

500 ml Saft sollen in einer geschlossenen zylindrischen Dose verpackt werden. Dose A hat $r = 3,5$ cm, Dose B hat $r = 4,0$ cm.

- a) Berechne jeweils die erforderliche Höhe.
- b) Berechne jeweils die Oberfläche einschließlich Deckel und Boden.
- c) Welche Dose benötigt im mathematischen Modell weniger Material?

3. Pyramiden, Kegel und Kugeln

3.1 Quadratische Pyramide

Die Grundkante beträgt $a = 10$ cm, die senkrechte Höhe $h = 12$ cm. Berechne Volumen, Seitenhöhe und Oberfläche.

3.2 Kegel aus einem Kreissektor

Ein Kreissektor mit Radius 12 cm und Winkel 150° wird zu einem Kegelmantel gerollt. Bestimme Grundkreisradius, Kegelhöhe und Volumen.

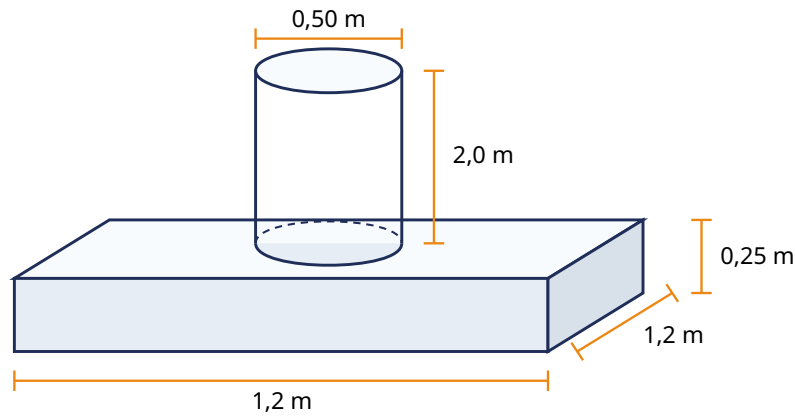
3.3 Kugel und Skalierung

Eine Kugel hat $r = 6$ cm. Berechne Volumen und Oberfläche. Eine zweite Kugel hat einen 25 % größeren Radius. Um wie viel Prozent wachsen Oberfläche und Volumen?



4. Zusammengesetzte und ausgehöhlte Körper

4.1 Podest mit Säule



Auf dem abgebildeten quaderförmigen Podest steht mittig eine zylindrische Säule. Alle benötigten Maße stehen in der Zeichnung.

- Berechne das Gesamtvolumen des zusammengesetzten Körpers.
- Berechne die von außen sichtbare Oberfläche. Die Unterseite des Podests und der Kontaktkreis zwischen Säule und Podest werden nicht mitgerechnet.

4.2 Hohlrohr

Ein Stahlrohr ist 2,4 m lang. Sein Außendurchmesser beträgt 18 cm und seine Wandstärke 1,5 cm. Die Dichte des Stahls beträgt $7,85 \text{ g/cm}^3$.

- Berechne das Volumen des enthaltenen Stahls.
- Berechne die Masse des Rohrs in Kilogramm.
- Berechne die innere Mantelfläche des Rohrs.



4.3 Behälter mit Halbkugelboden

Ein oben offener Behälter besteht aus einem Zylinder mit Radius 1,2 m und Höhe 3,0 m sowie einer darunterliegenden Halbkugel mit demselben Radius.

- a) Berechne das maximale Fassungsvermögen des Behälters.
- b) Berechne die äußere Oberfläche ohne die obere Öffnung.
- c) Der Behälter enthält 12 m^3 Flüssigkeit. Berechne, wie hoch die Flüssigkeit im zylindrischen Teil steht.

5. Komplexe Modellierungsaufgaben

5.1 Regenwassertank

Ein liegender zylindrischer Tank ist 4,0 m lang und hat einen Innendurchmesser von 2,0 m. Er ist zu 75 % seines Gesamtvolumens mit Wasser gefüllt. Verwende für Wasser die Dichte $1,0 \text{ kg/l}$.

- a) Berechne das enthaltene Wasservolumen in Litern.
- b) Berechne die Masse des Wassers.
- c) Nach der Entnahme von 2.000 l: Berechne den neuen Füllanteil in Prozent des Gesamtvolumens.

5.2 Offene Schachtel optimieren

Aus einem Karton $40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ werden an allen vier Ecken Quadrate der Seitenlänge x ausgeschnitten; die Ränder werden hochgefaltet.

- a) Stelle $V(x)$ auf.
- b) Berechne V für $x = 4 \text{ cm}$ und $x = 6 \text{ cm}$.
- c) Bestimme durch sinnvolles Probieren zwischen 4 und 7 cm in 0,5-cm-Schritten ungefähr das größte Volumen.



5.3 Eistüte mit Halbkugel

Eine kegelförmige Waffel mit $r = 3,2 \text{ cm}$ und $h = 11 \text{ cm}$ ist bis zum Rand vollständig mit Eis gefüllt. Oberhalb des Randes sitzt zusätzlich eine Halbkugel Eis mit demselben Radius.

- a) Berechne das gesamte Eisvolumen.
- b) Berechne die Masse des Eises bei einer Dichte von $0,85 \text{ g/cm}^3$.
- c) Berechne die gekrümmte Außenfläche der sichtbaren Halbkugel; die Kreisfläche am Übergang zur Waffel zählt nicht mit.

5.4 Kosten und Verschnitt

Ein quaderförmiges Becken ist innen $6,0 \text{ m} \times 3,0 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$. Boden und vier Innenwände werden gefliest. 12 % Verschnitt sind einzuplanen. Fliesen kosten 28 €/m^2 , Kleber 6 €/m^2 tatsächlicher Beckenfläche. Berechne Materialfläche und Gesamtkosten.

